НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

**Теория автоматического управления**

Лабораторная работа №7

«Управляемость и наблюдаемость»

**Выполнил студент:**

Мысов М.С. (В-1)

Группа № R33372

**Руководитель:**

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

**СОДЕРЖАНИЕ**

[Задание 1 3](#_Toc128680848)

[Задание 2 7](#_Toc128680849)

[Задание 3 10](#_Toc128680850)

[Задание 4 14](#_Toc128680851)

[Вывод 19](#_Toc128680852)

Задание 1

* 1. **Матрица управляемости**

Рассматриваемая система:

Матрица управляемости системы:

Так как ранг матрицы управляемости равен порядку системы, то по критерию Калмана система полностью управляема.

* 1. **Управляемость собственных чисел**

Собственные числа матрицы 𝐴:

Собственные вектора матрицы 𝐴:

Система в жордановом базисе:

,

Система в жордановом базисе и «вещественной форме»:

, ,

**Управляемость собственных чисел:**

Так как элементы последней строки матрицы входных воздействий, соответствующей жордановой клетке данного собственного числа не равны нулю, то собственное число управляемо.

Проверка ранговым критерием:

Так как ранг совпал с порядком системы, то собственное число управляемо.

Так как элементы последней строки матрицы входных воздействий, соответствующей жордановой клетке данного собственного числа не равны нулю, то собственное число управляемо. Жорданова клетка в данном случае имеет размер 2𝑥2.

Проверка ранговым критерием:

Так как ранг совпал с порядком системы, то собственное число управляемо.

Так как элементы последней строки матрицы входных воздействий, соответствующей жордановой клетке данного собственного числа не равны нулю, то собственное число управляемо. Жорданова клетка в данном случае имеет размер 2𝑥2.

Проверка ранговым критерием:

Так как ранг совпал с порядком системы, то собственное число управляемо.

* 1. **Управляемое подпространство**

.

Значит точка принадлежит управляемому подпространству системы.

* 1. **Грамиан управляемости системы**

Собственные числа Грамиана:

* 1. **Программное управление**
  2. **Моделирование системы**

****

Рисунок 1 – график сигнала управления u(t)



Рисунок 2 – график компонент вектора x(t)

Задание 2

* 1. **Матрица управляемости**

Рассматриваемая система:

Матрица управляемости системы:

Так как ранг матрицы управляемости не равен порядку системы, то по критерию Калмана система не полностью управляема.

* 1. **Управляемость собственных чисел**

Собственные числа матрицы 𝐴:

Система в жордановом базисе:

, ,

Система в жордановом базисе и «вещественной форме»:

, ,

На основе Жордановой формы:

Собственные числа и управляемы, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующий последней строке жордановой клетки элемент матрицы B не равен нулю.

Собственное число неуправляемо, так как соответствующий последней строке жордановой клетки элемент матрицы B равен нулю.

На основе рангового критерия:

Для :

, .

Собственное число управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для :

, .

Собственное число управляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для :

, .

Собственное число неуправляемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 2.

* 1. **Управляемое подпространство**

Проверка принадлежности вектора и к подпространству управляемости:

,

Значит принадлежит подпространству управляемости системы.

,

Значит не принадлежит подпространству управляемости системы.

* 1. **Грамиан управляемости системы**

Собственные числа Грамиана:

* 1. **Программное управление**
  2. **Моделирование системы**

****

Рисунок 3 – график сигнала управления u(t)

****

Рисунок 4 – график компонент вектора x(t)

Задание 3

* 1. **Матрица наблюдаемости**

Рассматриваемая система:

Матрица наблюдаемости системы:

Матрица наблюдаемости имеет полный столбцовый ранг, значит система наблюдаема управляема по критерию Калмана.

* 1. **Наблюдаемость собственных чисел**

Собственные числа матрицы A: , , .

Система в жордановом базисе:

, ,

Система в жордановом базисе и «вещественной форме»:

, ,

На основе жордановой формы:

Каждое собственное число наблюдаемо, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующие первым столбцам жордановых клеток элементы матрицы С не равны нулю.

На основе рангового критерия:

Для :

*,*

Собственное число наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для :

, .

Собственное число наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для *:*

, .

Собственное число наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

* 1. **Грамиан наблюдаемости системы**

Собственные числа Грамиана: , ,

* 1. **Поиск вектора начальных условий системы**

Выход системы:

,

Формула начального условия:

Система не могла иметь других начальных состояний, так как она является полностью наблюдаемой, а по определению наблюдаемости, если время и траектория совпадают, то и совпадают начальные состояния системы.

* 1. **Моделирование системы**

**

Рисунок 5 – график компонент вектора 𝑥(𝑡)

****

Рисунок 6 – график выхода и предполагаемой траектории

Выход и предполагаемая траектория совпадают, значит все рассчитано верно.

Задание 4

* 1. **Матрица наблюдаемости**

Рассматриваемая система:

Матрица наблюдаемости системы:

Ранг матрицы наблюдаемости равен двум, значит система не полностью наблюдаема по критерию Калмана.

* 1. **Наблюдаемость собственных чисел**

Собственные числа матрицы A: , , .

Система в жордановом базисе:

, ,

Система в жордановом базисе и «вещественной форме»:

, ,

На основе жордановой формы:

Собственное число ненаблюдаемо, так как соответствующий первому столбцу жордановой клетки элемент матрицы С равен нулю.

Собственные числа и наблюдаемы, так как каждая жорданова клетка принадлежит разным собственным числам. И соответствующий первому столбцу жордановой клетки элемент матрицы С не равен нулю.

На основе рангового критерия:

Для :

*,*

Собственное число не наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 2.

Для :

, .

Собственное число наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

Для *:*

, .

Собственное число наблюдаемо так как матрица Хаутуса имеет ранг равный 3.

* 1. **Грамиан наблюдаемости системы**

Собственные числа Грамиана: , ,

* 1. **Поиск вектора начальных условий системы**

Выход системы:

,

Формула начального условия:

Найдем вектор из уравнения , такой вектор существует, потому что система не полностью наблюдаема:

Тогда другие начальные векторы можно будет найти исходя из :

k – параметр.

* 1. **Моделирование системы**

****

Рисунок 7 – выход для различных начальных условий

****

Рисунок 8 – график компонент вектора x00



Рисунок 9 – график компонент вектора x01



Рисунок 10 – график компонент вектора x02



Рисунок 11 – график компонент вектора x03

Вывод

В данной лабораторной работе были исследованы системы на наблюдаемость и управляемость. Определили управляемость и наблюдаемость собственных чисел матрицы двумя способами: на основе жордановой формы и с помощью матрицы Хаутуса. Были построены подпространства управляемости и подпространство ненаблюдаемости. Вычислены Грамианы систем, с помощью них были найдены функции управления и начальные условия системы. В конце каждого задания проведено моделирование исследуемой системы.